El califa Al-Mamun y la qibla

El sistema de coordenadas, actualmente desaparecido, así como la proyección que da origen a la falsa "milla de Alfragano" fueron la base de la cartografía y la navegación islámica

23/09/2013 - Autor: José Antonio Hurtado García - Fuente: Webislam

En el año de 1791 la Academia Francesa de las Ciencias decidió crear una unidad de longitud universal basada en el tamaño de la Tierra y no en los localismos o unidades antropomórficas existentes. Teniendo en cuenta el valor de arco de meridiano, que sus científicos no calcularían hasta 1798 mediante triangulaciones entre Dunquerque y Barcelona, definió el metro como: la diezmillonésima parte de la distancia que separa el polo de la línea del ecuador terrestre. Es decir que en un cuadrante de meridiano existen 10.000.000 de metros.

Pero eso y lo había hecho el califa Al-Mamun en la Bagdad del siglo IX, encargo a los científicos de la Escuela de Sabiduría que midiesen el valor de un grado de meridiano, y definió una unidad conocida con el nombre de dedo de Al-Mamun: La ecúmene de Ptolomeo tiene un valor de 1.000.000.000 dedos. La ecúmene equivale a dos cuadrantes es decir a 180º, por lo que según nuestra definición:

180º = 20.000.000 m = 1.000.000.000 dedos
2 m = 100 dedos
1 dedo de Al-Mamun = 0,02 m = 2 cm

Los egipcios y los griegos tenían un valor para el dedo de 1,928125 cm (evidentemente no era éste el valor, éste es el número que se ha obtenido estadísticamente tras realizar mediciones en muchos lugares) y el dedo de Al-Mamun medido estadísticamente ha proporcionado a los metrólogos un valor de 2,0051875 cm. Eso significa que egipcios y griegos conocían el tamaño del meridiano con un error del 3,6%.

Yo he obtenido el valor del dedo de Al-Mamun en base a nuestra propia definición del metro, pero los matemáticos de la Escuela de Sabiduría debieron obtenerlo a través de las medidas de su época heredadas del Imperio Romano y que constaban en los manuscritos de la Biblioteca de Alejandría que tras las destrucciones romanas de esa Biblioteca fueron llevados a Bagdad.

Un grado tiene 75 millas romanas
1 milla son mil pasos
1 paso son 5 pies
1 pie equivale a 12 pulgadas romanas
1 pulgada según los metrólogos valía 2,4691666 cm.

Por lo que los matemáticos de Bagdad podían calcular el valor del dedo en función de la pulgada romana:

Un grado = (1/18) x 100.000.000 cm.
Un grado = 75 x 1.000 x 5 x 12 pulgadas
75 x 1.000 x 5 x 12 pulgadas romanas = (1/18) x 100.000.000 dedos
1 pulgada romana = 100.000.000 /(18 x 75 x 1000 x 5 x 12) dedos.

En Bagdad la operación fue la inversa, la de calcular el dedo en función de la pulgada yo lo hago de esta manera para ver el error de la pulgada romana :

1 pulgada romana = 2 x100.000.000 /(18 x 75 x 1000 x 5 x 12) cm.
1 pulgada romana = 2,469135802 cm.
Valor metrológico = 2,4691666 cm.
El error es de 0,001 % es decir de una diez milésima.

Los científicos de Al-Mamun perfeccionaron el conocimiento del tamaño de la Tierra, que ya era conocido por egipcios y griegos, y lo ajustaron exactamente al mismo valor que la definición de metro del siglo XVIII.

La “revolución” métrica del califa fue aún más allá:
1 pie = 18 dedos.
1 codo negro = 1,5 pies = (3/2) por 18 dedos
1 codo raschaschia = 2 pies = 2 x 18 dedos
1 qasab qabaní = 10 pies = 10 x 18 dedos
1 milla = 6.000 pies = 6.000 x 18 dedos.

Todas las unidades de su sistema de medidas son múltiplos de 18, ¿por qué? ¿Existió alguna razón especial para que esto fuera así?

Abu al-Fida, geógrafo del siglo XIV, nos trasmitió la operación de la medición del meridiano realizada por la Escuela de Bagdad más de quinientos años antes en la forma siguiente:

“Mas tarde, bajo el reinado de Al-Mamun, algunos doctos intentaron comprobar éste cálculo de Ptolomeo el valor de 500 estadios por grado que aparece en su “Geografía”.
Trasladáronse por orden del califa a la llanura de Sindjar y después de haber tomado la altura del polo en un punto, dividiéronse en dos grupos; los unos avanzaron hacia el polo norte, los otros hacia el sur, siguiendo todos la línea más recta que les fue posible hasta que el polo norte se hubo elevado un grado para los que caminaban al norte y bajado otro grado para los que iban al sur. Volvieron entonces al lugar de donde había partido, cotejaron sus observaciones y se encontró que los unos habían anotado 56 2/3 millas, los otros 56 millas cabales; acordóse adoptar la cantidad mayor, la de 56 2/3”.
No había método más anticientífico para el cálculo de un grado; pero todo el mundo ha aceptado dicho cuento como verdad absoluta, realizada por aquellos que en su momento fueron los mejores científicos del mundo. El valor de 56 2/3 se conoce como milla de Alfragano y generó (y todavía continúa) una confusión total desde que fue conocida por la Cristiandad.

Ya he demostrado que el resultado auténtico de esa medición fue la definición de 1000.000.000 de dedos para la ecúmene. A partir de ahí hubiese sido muy sencillo definir un sistema decimal de múltiplos de 10 del dedo, y más si tenemos en cuenta que dichos científicos son los que impusieron el sistema numérico decimal posicional de base 10 y los dígitos que hoy conocemos como números arábigos. Sin embargo, utilizaron los valores de 1,5; 2; 10 y 6.000 como múltiplos del pie o de los 18 dedos. Parece algo extrañamente disonante.

¿Está en relación con la milla de Alfragano? Puesto que no nos podemos fiar de la descripción del geógrafo del siglo XIV, hay que recurrir a Colón para conocer el significado de esa milla; En el Segundo Viaje, en enero de 1494, Colón envió a los Católicos una carta de navegar que éstos le había solicitado, y una misiva explicando como había construido esa carta: “…cada grado que está en esta dicha carta responde catorce leguas y un sexto…”

Previamente definió que la leguas eran de cuatro millas, por lo que cada grado de la carta tiene 56 2/3 millas: la milla de Alfragano.

Colón deja taxativamente claro que esas millas no son millas sobre los círculos máximos terrestres, si no sobre los espacios entre líneas de su carta.

La milla de Alfragano es una proyección del valor de un grado sobre un círculo máximo de la superficie terrestre.

Ya hemos visto que en la definición de dedo se le daba al grado el valor de 75 millas romanas, como la milla romana tenía el valor de 0,8 veces la milla de 10 estadios olímpicos (milla náutica actual)

Un grado = 60 millas de 10 estadios olímpicos.

La proyección de un grado de 60 millas sobre un plano vale 56 2/3 millas:
60/(56 2/3) = 54/51 = 18/17

Ahora sabemos el por qué todas las unidades eran múltiplos de 18, simplemente porque si en un plano dibujo 6.000 pies su valor en ese plano es de 6.000 x 17 dedos, y en la realidad 6.000 x 18 dedos. Por lo que sobre un papel o pergamino trazo una distancia cualquiera y la defino como 1 dedo, y dibujo en función de esa unidad lo que quiera dibujar, si tomo 18 unidades tengo la distancia real que en el plano habré dibujado como 17 unidades.

El sistema métrico de Al-Mamun está orientado al dibujo de una proyección de un casquete esférico de la superficie terrestre sobre un plano.

La carta Pisana, la carta de Dulcert, el Atlas de Cresques de 1375 tiene como base de dibujo el dedo de Al-Mamun.

Pero esa proyección que es una proyección cónica con vértice en el centro de la Tierra en un plano secante a ella, perpendicular al eje del cono tiene todavía otra propiedad importante; sabemos que:

1 milla romana sobre la superficie= 0,8 millas de 10 estadios sobre la superficie
¿Cuánto vale una milla romana sobre la carta de navegar?
60 milla de 10 estadios = 56 2/3 millas sobre la carta
1 milla de 10 estadios = (56 2/3)/60 millas sobre la carta
1 milla romana superficie = (0,8 x 56 2/3)/60 millas sobre la carta
1 milla romana superficie ? ¾ millas sobre la carta
4 millas romanas superficie = 3 millas sobre la carta

Así que:

1 legua de a 4 sobre la superficie = 1 legua de a 3 sobre la carta.

Cuando se navegaba se contaban millas romanas y cada legua de 4 de estas millas se llevaban a la carta como una legua de 3 millas de Alfragano. A esa propiedad la denominé como “Ley islámica de la equivalencia de las leguas” la aplicó Colón para confeccionar su mapa del Segundo Viaje, la enunció Llull (aunque de forma ligeramente diferente) y se encuentra plasmada en los portulanos como la Carta Pisana o el Atlas de Cresques de 1375.

Es de todo punto evidente que la reforma métrica de Al-Mamun estaba completamente dirigida al dibujo de mapas, ¿por qué? Porque tenía un imperio que llegaba desde el cabo San Vicente en España has Indochina y había una cuestión fundamental a resolver. ¿Cómo orientar, desde cualquier mezquita del imperio, la dirección de oración hacia la Meca? Evidentemente para la comunidad islámica no era una cuestión trivial. Observemos en la Fig.-1 donde he dibujado la Meca, Córdoba, y el triángulo esférico que junto con el polo Norte forman dichas ciudades; en ese triángulo la altura de la Polar era conocida tanto en Córdoba como en la Meca, y la diferencia de longitud entre ambas ciudades también era un dato conocido, por lo que de los tres lados y tres ángulos del triángulo eran datos conocidos los dos lados que unen las ciudades con el polo Norte y el ángulo que forman esas líneas. Hay que conocer el ángulo que forma la ortodrómica Córdoba-la Meca con el meridiano de Córdoba para resolver ese problema.

Eso, no se pudo conocer hasta que surgió la trigonometría árabe en su forma actual y la Escuela de Sabiduría proporcionó los algoritmos necesarios para resolver un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas a través de Al-Jwaritzmi que fue el primero en desarrollarlos. Pero aún así el cálculo era arduo, no admitía simplificaciones y era necesario que en cada ciudad existiese un matemático capaz de resolver ese sistema.

Una primera simplificación del problema consiste en aplicar la propiedad de los triángulos esféricos de que cualquiera de ellos se puede dividir en dos triángulos rectángulos, lo que mejora las ecuaciones ya que un ángulo de 90º tiene un coseno de valor 0 y un seno de valor 1. Si desde Córdoba trazamos una línea perpendicular al meridiano de la Meca tenemos la Fig-2, en ella hay un triángulo superior en el que conozco el ángulo de la diferencia de longitud entre los dos meridianos, la altura de la Polar en Córdoba, y el ángulo recto de la perpendicular al meridiano de la Meca, con eso y un sistema de tres ecuaciones, se calcula el ángulo de la ortodrómica al meridiano, y la distancia entre el punto de corte de esa línea con el meridiano de la Meca y el Polo Norte y la longitud de esa ortodrómica hasta Córdoba. Una vez hechos esos cálculo en el triángulo inferior tenemos los datos suficientes para calcular el ángulo que falta formado por la ortodrómica al meridiano y la ortodrómica hasta Córdoba.

El procedimiento simplifica los cálculos, pero aún así no son sencillos; pero la Fig-2 proporciona una idea. ¿Y si en vez de tener un mapa donde las ciudades estén situadas por su longitud y latitud, tenemos un mapa donde situemos la ciudad por la altura a la cual la ortodrómica al meridiano de la Meca desde la ciudad corta a éste, y la longitud de dicha ortodrómica hasta la ciudad? Eso significaría que prácticamente la mitad del trabajo estaba resuelto, porque con dicho mapa conoceríamos las alturas a la polar desde la ciudad, desde la Meca, y desde el punto de intersección de la ortodrómica con el meridiano de la Meca, y además la longitud de la ortodrómica.

En ambos triángulos conoceríamos dos lados y se trata de calcular el ángulo opuesto, las ecuaciones son idénticas y mediante la misma construcción gráfica se calcula un ángulo y el otro y se obtiene la dirección a la Meca desde la ciudad de referencia. No hacen falta matemáticos , simplemente las instrucciones para hacer un gráfico sobre un cuadrante y trazar en ese cuadrante los ángulos de partida.

Eso significaba realizar un mapa del Imperio donde las coordenadas de las ciudades Fig-3 fuesen lo que Colón llamó “longitud del occidente” y “distancia a la equinoccial” Colón, construyó ese mapa que entregó a los Católicos, y en dicho mapa la Española está alineada con La Gomera, como también ocurre con el mapa de Juan de la Cosa. Fueron los últimos ecos del gran trabajo emprendido por Al-Mamun y sus matemáticos para conseguir que todo un imperio rezase en la misma dirección.

Con un mapa con esas coordenadas conocemos directamente dos ángulos del triángulo más el ángulo recto, Fig-4, así que la solución del problema se reduce al cálculo de un único triángulo esférico rectángulo donde se conocen los dos catetos. La Fig-5 nos muestra como se hacía; se orientaba la Rosa de los Vientos con la dirección E hacia el punto donde nacía el Sol (o hacia donde se ponía) el día del equinoccio, y para resolver la ecuación que allí aparece bastaba un cuadrante de circunferencia trigonométrica dibujado en el suelo, alrededor de la Rosa, y trazar los arcos de los lados conocidos, tres rectas más y se obtenía el arco solución ? sin necesidad de realizar ningún cálculo matemático. Más tarde se pudo utilizar la brújula para situar el Norte, y por tanto el Este y el Oeste, sin necesidad de tener que esperar al día del equinoccio para conocer esa dirección.

Con ese sistema de coordenadas y la Ley islámica de equivalencia de las leguas, que he expuesto más arriba, el los musulmanes pudieron atravesar cualquier mar u océano sabiendo siempre la posición de las naves; es seguro que atravesaron el Índico, no sabemos si llegaron a cruzar el Mediterráneo sin escalas, y todo apunta a que también cruzaron el Atlántico; la ruta de Colón para su “descubrimiento” esta perfectamente trazada en el Atlas de Cresques de 1375 y ahí no llegó por casualidad, sino por conocimiento; los documentos de la duquesa de Medina-Sidonia sobre la “mar grande” y la “mar pequeña” tampoco son casualidad y además, coinciden exactamente con el destino que da Cresques en su Atlas y, según la propia duquesa, el gobernador musulmán de Tarifa, el famoso Guzmán “el bueno” se pasó a la Cristiandad, acogiéndose a la casa del Condado de Niebla, conociendo perfectamente como alcanzar dichas mares.

Ese sistema de coordenadas, actualmente desaparecido, así como la proyección que da origen a la falsa “milla de Alfragano” fueron la base de la cartografía y la navegación islámica, pero no hubiesen sido descubiertos sin la necesidad de orientar las mezquitas hacia la Meca.